

Le flottement de décrochage Retour

Le son est piloté depuis la barre en bas de l'écran.

Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires



Cours 4: Introduction aux vibrations non-linéaires



Le nouveau pont de Tacoma-Narrows

Stall flutter
Tacoma-Narrows
Le vent apparent
Den Hartog
Le pilonnement
Stabilité
Scanlan
La torsion
Le critère
Forme canonique
Les changements de variables
Terme résonant
Signature
QCM 4

Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires

Stall flutter

Tacoma-Narrows

Le vent apparent

Den Hartog

Le pilonnement

Stabilité

Scanlan

La torsion

Le critère

Forme canonique

Les changements de
variables

Terme résonant

Signature

QCM 4

PLAN DU COURS 4

- 1 **Stall flutter**
 - Tacoma-Narrows
 - Le vent apparent
- 2 **Den Hartog**
 - Le pilonnement
 - Stabilité
- 3 **Scanlan**
 - La torsion
 - Le critère
- 4 **Forme canonique**
 - Les changements de variables
 - Terme résonant
 - Signature
- 5 **QCM 4**

L'histoire tragicomique du pont de Tacoma

Retour

Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires

L'histoire est arrivée le 11 novembre 1940 et a duré 45 mn !

Ce fut l'évènement fondateur de :
l'Aéroélasticité.

Voilà ce qu'un passant a vu

Il y avait un passant muni d'une
caméra! [Le film](#)



Les notations

- Vitesse du vent :
 $V \simeq 72 \text{ km/h} \simeq 20 \text{ m/s}$;
- Largeur d'une travée :
 $L \simeq 10 \text{ m}$;
- Le nombre de Strouhal vaut
 $St \simeq .1$;
- Le nombre de Reynolds
 $Re \simeq \frac{20 \times 10 \times 1.2}{2.6 \cdot 10^{-5}} \simeq 10^7$;
- La fréquence réduite
 $f_r \simeq .05 \ll 1!$.

Stall flutter

Tacoma-Narrows

Le vent apparent

Den Hartog

Le pilonnement

Stabilité

Scanlan

La torsion

Le critère

Forme canonique

Les changements de
variables

Terme résonant

Signature

QCM 4

Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires

Stall flutter

Tacoma-Narrows

Le vent apparent

Den Hartog

Le pilonnement

Stabilité

Scanlan

La torsion

Le critère

Forme canonique

Les changements de
variables

Terme résonant

Signature

QCM 4

Cet accident fut considéré comme l'acte de naissance de l'aéroélasticité, phénomène dominant dans le dimensionnement des avions modernes.

- 1 Les allées de von Karman qui ne semblent pas compatibles avec les énergies mises en jeux (von Karman \simeq 1945)
- 2 La résonance linéaire qui fut influencée par l'histoire du pont mis en résonance par des soldats marchant au pas (\simeq 1970)
- 3 Le phénomène de flottement par échange d'énergie entre deux mouvements mais contredite par une étude japonaise (\simeq 1980)
- 4 Le galop en flexion qui était sur la bonne voie et certainement lié à l'amorçage du processus (Den Hartog utilisé par Scanlan \simeq 1980)
- 5 Le flottement de décrochage en torsion qui est aujourd'hui l'explication retenue pour la phase finale (Robert Scanlan \simeq 1980)

Les allées de Von Karman (the VK-paths) Retour

Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires

Stall flutter

Tacoma-Narrows

Le vent apparent

Den Hartog

Le pilonnement

Stabilité

Scanlan

La torsion

Le critère

Forme canonique

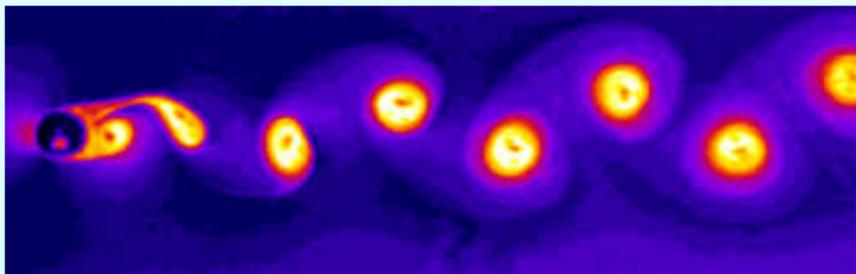
Les changements de
variables

Terme résonant

Signature

QCM 4

Prenons le cas d'un fil de diamètre D . L'écoulement à basse vitesse, présente des instabilités de couches limites qui éjectent des tourbillons dans le sillage et créent des forces transverses oscillantes à une fréquence appelée la fréquence de Strouhal ($\approx .1 \frac{U}{D}$), soit pour le pont de Tacoma : 1 Hz alors que la fréquence observée était de .2 Hz.



Calcul NS-incomp.

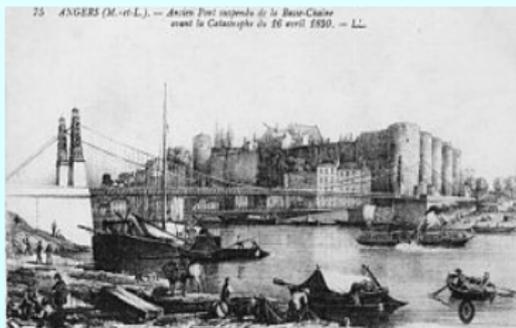
De plus, ce phénomène, qui est à l'origine du sifflement des lignes électriques n'apparait pour le pont, que si la vitesse du vent est inférieure à 1 m/sec .

La résonance Retour

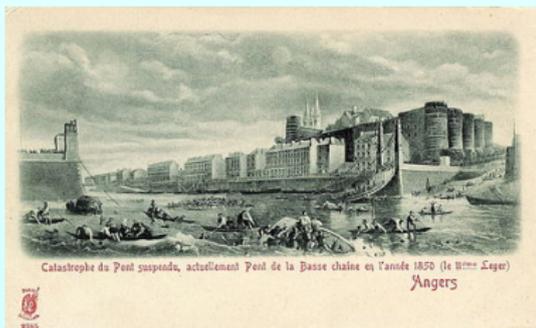
Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires

Lorsque la fréquence d'excitation d'une structure coïncide avec une fréquence propre on a un phénomène de résonance. Le verre que l'on fait chanter est un exemple. Le pont d'Angers, qui a introduit un règlement militaire lors de la traversée d'un pont :

"Il faut casser le pas pour ne pas casser le pont"



Avant



Après

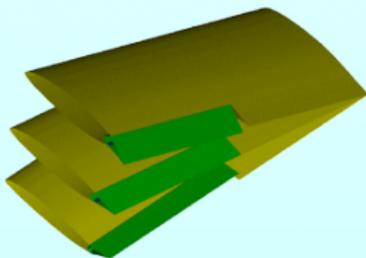
Stall flutter
Tacoma-Narrows
Le vent apparent
Den Hartog
Le pilonnement
Stabilité
Scanlan
La torsion
Le critère
Forme canonique
Les changements de variables
Terme résonant
Signature
QCM 4

Le flottement entre deux mouvements [Retour](#)

Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires

Ce phénomène fut découvert pendant la guerre du pacifique sur les *Wild Cat*, mais ne fut bien compris que par la suite (cf cours 4). Ce mécanisme nouveau surpris beaucoup les ingénieurs qui se mirent à en voir partout, y-compris sur le pont de Tacoma.

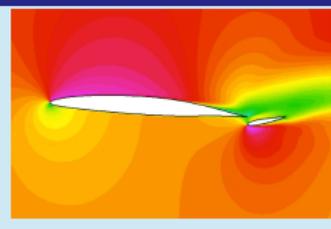
Mais la simulation numérique fut très difficile à effectuer en raison de la violente instabilité qu'elle produit. Le NAL (Tokyo/Japon) fit une étude numérique très poussée en 1980 qui enleva toutes ses chances à cette explication ...



Flutter in situ



Simulation du Flutter



Stall flutter
Tacoma-Narrows
Le vent apparent

Den Hartog
Le pilonnement
Stabilité

Scanlan
La torsion
Le critère

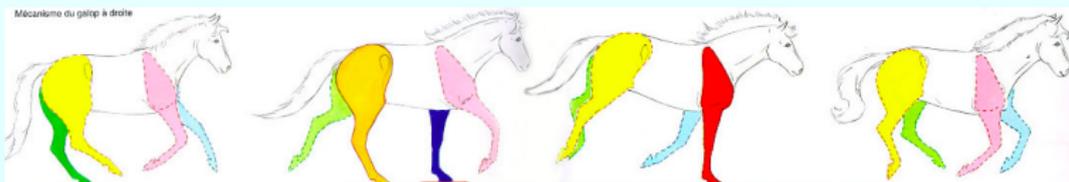
Forme canonique
Les changements de
variables
Terme résonant
Signature

QCM 4

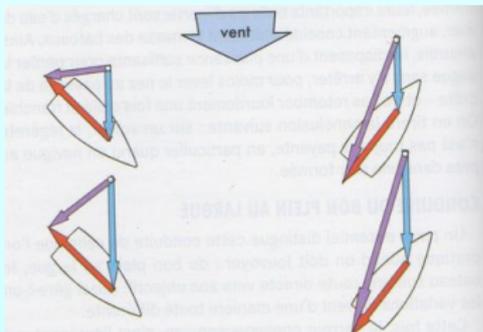
Le galop (galloping) apparu [Retour](#)

Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires

C'est un mouvement de flexion globale du pont qui se traduit dans une travée par une translation verticale. Comme sur le dos d'un cheval.



Mais ce qui le crée est un phénomène de vent apparent : $V_a = V - u$.



- Stall flutter
- Tacoma-Narrows
- Le vent apparent
- Den Hartog
- Le pilonnement
- Stabilité
- Scanlan
- La torsion
- Le critère
- Forme canonique
- Les changements de variables
- Terme résonant
- Signature
- QCM 4

Le critère de Den Hartog Retour

Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires

Stall flutter
Tacoma-Narrows
Le vent apparent

Den Hartog
Le pilonnement
Stabilité

Scanlan
La torsion
Le critère

Forme canonique
Les changements de
variables
Terme résonant
Signature

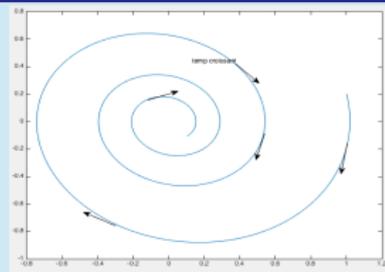
QCM 4

Dérivées de f autour de $\dot{z} = 0$, $\alpha_a = \alpha$

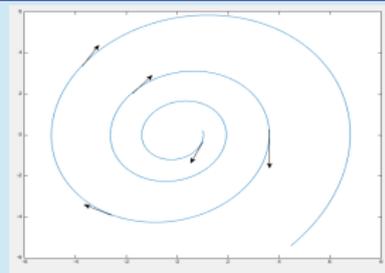
- En fait f ne dépend que de \dot{z} , pas de z ;
- $\alpha_a \simeq \alpha - \frac{\dot{z}}{V}$, $\frac{\partial \alpha_a}{\partial \dot{z}} = -\frac{1}{V}$, $\|V_a\|^2 \simeq V^2$;
- $-\frac{\partial f}{\partial \dot{z}}(0,0) \simeq D = \frac{\rho S V}{2} [c_x(\alpha) + \frac{\partial c_z}{\partial \alpha}(\alpha)]$;
- $\frac{\partial f}{\partial z}(0,0) = 0$;
- L'équation linéarisée est :

$$M\ddot{z} + D\dot{z} + Kz = f(0,0), \\ z(0) = \dot{z}(0) = 0.$$

Solutions pour $D > 0$



Solutions pour $D < 0$



D est appelé l'amortissement (resp. *désamortissement*) aérodynamique.

Le critère de Den Hartog (suite) [Retour](#)

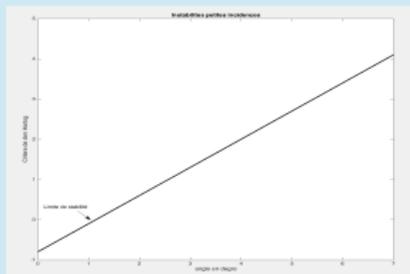
Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires

Stall flutter
Tacoma-Narrows
Le vent apparent
Den Hartog
Le pilonnement
Stabilité
Scanlan
La torsion
Le critère

Forme canonique
Les changements de
variables
Terme résonant
Signature
QCM 4

Le $D(\alpha)$ de Tacoma

$$D = \frac{\rho SV}{2} \left[c_x(\alpha) + \frac{\partial c_z}{\partial \alpha}(\alpha) \right]$$

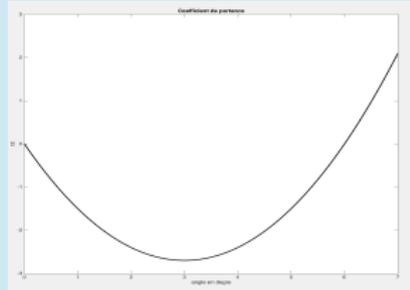


Le critère de Den Hartog : [Zoom ↑](#)

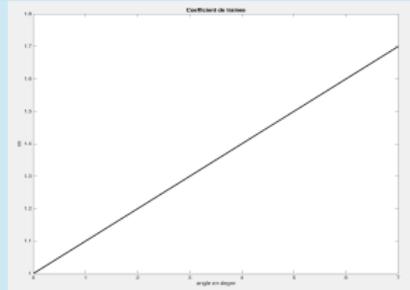
$$D < 0 \Rightarrow \text{instable}, D > 0 \Rightarrow \text{stable.}$$

Remarque Il faudrait prendre en compte l'amortissement structure.

Le c_z



Le c_x



Le mouvement de torsion Retour

Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires

Stall flutter

Tacoma-Narrows

Le vent apparent

Den Hartog

Le pionnement

Stabilité

Scanlan

La torsion

Le critère

Forme canonique

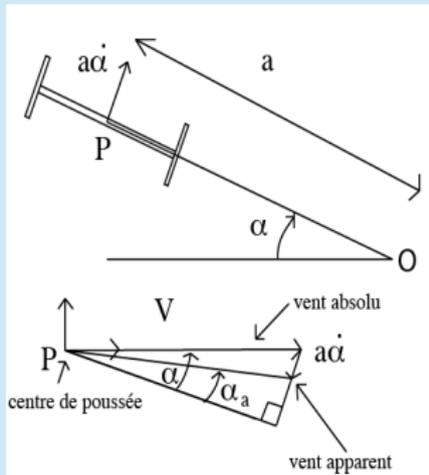
Les changements de
variables

Terme résonant

Signature

QCM 4

Mouvement de torsion



Le mouvement d'une travée est assimilé à une rotation de centre O supposé fixe.

Calcul du vent apparent

- Le point d'application des forces aérodynamiques est noté P et est supposé fixe ;
- le bras de levier est a ;
- $V_a = V\mathbf{e}_1 - \dot{\alpha}a[\sin(\alpha)\mathbf{e}_1 + \cos(\alpha)\mathbf{e}_2]$.
- $\alpha_a = \arctan(\tan(\alpha) - \frac{a\dot{\alpha}}{V\cos(\alpha)})$;
- $R(\alpha, \dot{\alpha}) = \frac{\rho SL \|V_a\|^2}{2} c_{m0}(\alpha_a)$.

Equation du mouvement

$$J_0 \ddot{\alpha} + C(\alpha - \alpha_0) = R(\alpha, \dot{\alpha}),$$

$$\alpha(0) = \dot{\alpha}(0) = 0.$$

Linéarisation

- On notera que : $\frac{\partial \alpha_a}{\partial \dot{\alpha}}(\alpha_0) = -\frac{a \cos(\alpha_0)}{V}$;
- $\|V_a\|^2 = V^2(1 - 2\frac{\dot{\alpha}a}{V} \sin(\alpha) + (\frac{\dot{\alpha}a}{V})^2) \simeq V^2(1 - 2\frac{\dot{\alpha}a}{V} \sin(\alpha_0) \dots$;
- $c_{m_0}(\alpha_a) = c_{m_0}(\alpha_0) + \frac{\partial c_{m_0}}{\partial \alpha}(\alpha_0) \frac{\partial \alpha_a}{\partial \dot{\alpha}} + \dots$

Equation linéarisée autour de α_0 et $\alpha(0) = \dot{\alpha}(0) = 0$

$$J_0 \ddot{\alpha} + D \dot{\alpha} + [C - \frac{\rho SLV^2}{2} \frac{\partial c_{m_0}}{\partial \alpha}(\alpha_0)](\alpha - \alpha_0) = \frac{\rho SLV^2}{2} c_{m_0}(\alpha_0).$$

$$D = a \frac{\rho SLV}{2} [2c_{m_0}(\alpha_0) \sin(\alpha_0) + \frac{\partial c_{m_0}}{\partial \alpha}(\alpha_0) \cos(\alpha_0)].$$

est l'amortissement aérodynamique => critère de Scanlan :

Si $D < 0$ le pont est instable et stable si $D > 0$.

Un autre exemple : une maquette de Rafale en soufflerie

Retour

Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires

Stall flutter
Tacoma-Narrows
Le vent apparent

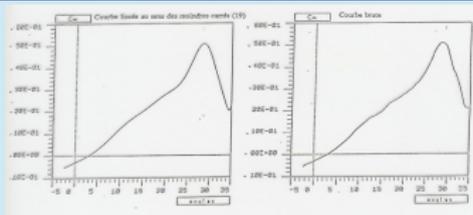
Den Hartog
Le pilonnement
Stabilité

Scanlan
La torsion
Le critère

Forme canonique
Les changements de
variables
Terme résonant
Signature

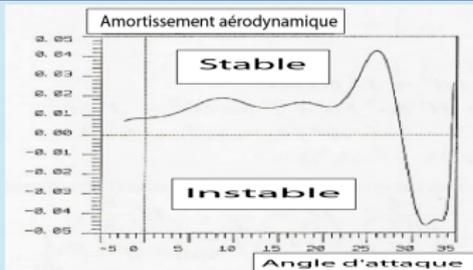
OCM 4

Courbes C_{m_0} du Rafale nu



Chute du C_{m_0} vers 28° .

Courbe de l'amortissement D



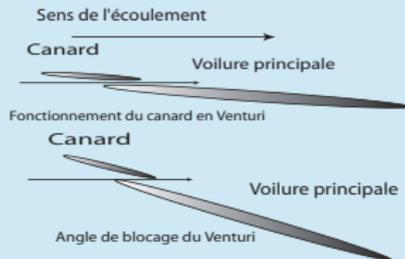
Instabilité confirmée par
l'expérience en soufflerie.

L'explication

Effet Venturi ↓

Le *canard* fonctionne comme un *foc* (effet Venturi) qui arrête d'être alimenté vers 28° ce qui fait chuter la composante de portance sur l'amont de la voilure delta.

Le moment de tangage en arrière du bord d'attaque chute donc.



Pour expliquer la méthode dite des formes normales, nous considérons une équation simplifiée :

$$\text{Trouver } x(t) \text{ solution de :}$$
$$\ddot{x} + \omega^2 x = f(x, \dot{x}), \quad x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = x_2.$$

On pose alors au voisinage de $(0, 0)$:

$$g(x, \dot{x}) = f(x, \dot{x}) - f(0, 0) - x \frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) - \dot{x} \frac{\partial f}{\partial \dot{x}}(0, 0)$$
$$\Rightarrow |g(x, \dot{x})| = O(|x|^2 + |\dot{x}|^2),$$

et quitte à effectuer une translation sur x , on peut supposer que $f(0, 0) = 0$. Le modèle devient donc :

$$\ddot{x} - \frac{\partial f}{\partial \dot{x}}(0, 0)\dot{x} + (\omega^2 - \frac{\partial f}{\partial x}(0, 0))x = g(x, \dot{x}).$$

On se place dans le cas où le système linéarisé est instable.

Posons :

$$X = \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -(\omega^2 - \frac{\partial f}{\partial x}(0,0)) & -\frac{\partial f}{\partial \dot{x}}(0,0) \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ g(x, \dot{x}) \end{pmatrix}.$$

Le modèle est équivalent au suivant :

$$\frac{dX}{dt} = AX + B(X), X(0) = X_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix}.$$

Les valeurs propres λ de A sont les racines de :

$$\lambda^2 - \lambda \frac{\partial f}{\partial \dot{x}}(0,0) + (\omega^2 - \frac{\partial f}{\partial x}(0,0)) = 0.$$

Nous les supposons de la forme suivante (dans ce cours 7) :

$$\lambda = a \pm ib \text{ avec } a \geq 0 \text{ et } b \neq 0.$$

L'instabilité étudiée correspond à $a > 0$ mais $a \ll 1$ typique du démarrage d'un phénomène de *stall flutter*.

Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires

Stall flutter
Tacoma-Narrows
Le vent apparent

Den Hartog
Le pilonnement
Stabilité

Scanlan
La torsion
Le critère

Forme canonique
Les changements de
variables
Terme résonant
Signature

QCM 4

En effectuant le changement de variables :

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \lambda & \bar{\lambda} \end{pmatrix} Y = DY,$$

on obtient le modèle ci-après où $G(Y) = g(x, \dot{x})$:

$$\dot{Y} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \bar{\lambda} \end{pmatrix} Y + \frac{i}{2b} \begin{pmatrix} G(Y) \\ -G(Y) \end{pmatrix}.$$

On notera que la seconde relation de ce système matricielle est la complexe conjuguée de la première car $G(Y) \in \mathbb{R}$. Nous-nous intéresserons donc à la première uniquement ($G_2(y_1, \bar{y}_1) = G(Y)$ et $|G_2(y_1, \bar{y}_1)| = O(|y_1|^2 + |\bar{y}_1|^2)$) :

$$\dot{y}_1 = \lambda y_1 + \frac{i}{2b} G_2(y_1, \bar{y}_1)$$

Observons maintenant que l'on peut écrire :

$$G_2(y_1, \bar{y}_1) = d_{11}y_1^2 + d_{12}y_1\bar{y}_1 + d_{22}\bar{y}_1^2 + G_3(y_1, \bar{y}_1),$$

avec : $|G_3(y_1, \bar{y}_1)| = O(|y_1|^3 + |\bar{y}_1|^2)$.

Effectuons le changement de variable dans un voisinage de l'origine du plan complexe :

$$y_1 = z + p(z, \bar{z}) \text{ où } p \in \mathcal{P}_2 = \{\alpha z^2 + \beta z\bar{z} + \gamma \bar{z}^2\}.$$

De $\dot{y}_1 = (1 + \frac{\partial p}{\partial z})\dot{z} + \frac{\partial p}{\partial \bar{z}}\dot{\bar{z}}$, et $\dot{\bar{y}}_1 = \bar{\lambda}\bar{y}_1 + O(|y_1|^2)$,

nous déduisons par un simple calcul que : Preuve

$$\dot{z} = \lambda z + \lambda p - \lambda \frac{\partial p}{\partial z} z - \bar{\lambda} \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \bar{z} + d_{11}z^2 + d_{12}z\bar{z} + d_{22}\bar{z}^2 + H_3(z, \bar{z})$$

avec $H_3(z, \bar{z}) = O(|z|^3)$

Le défi est de trouver p pour éliminer les termes du second ordre.

En remarquant que :

$$\mathcal{L}(p) = \lambda p - \lambda \frac{\partial P}{\partial z} z - \bar{\lambda} \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} \bar{z}$$

est une application linéaire de \mathcal{P}_2 dans lui-même. Ecrivons sa matrice L dans la base $\{z^2, z\bar{z}, \bar{z}^2\}$:

$$L = \begin{pmatrix} -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 2\bar{\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a - ib & 0 & 0 \\ 0 & -a + ib & 0 \\ 0 & 0 & -a + 2ib \end{pmatrix}.$$

Elle est donc inversible sur un voisinage de l'origine si aucun terme diagonal n'est nul, (ou petit pour rester dans un voisinage de l'origine). Ce qui est le cas car $b \neq 0$. On peut donc éliminer tous les termes d'ordre 2 par ce changement de variables non linéaire.

Elimination des termes d'ordre 3 ? [Retour](#)

Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires

Stall flutter
Tacoma-Narrows
Le vent apparent
Den Hartog
Le pilonnement
Stabilité
Scanlan
La torsion
Le critère

Forme canonique
Les changements de
variables
Terme résonant
Signature

QCM 4

Nous reprenons la démarche précédente mais cette fois en espérant trouver un changement de variables qui élimine les termes d'ordre 3. On pose donc :

$$z = \xi + q(\xi, \bar{\xi}) \quad \text{où } q \in \mathcal{P}_3.$$

Le même opérateur \mathcal{L} intervient mais cette fois, de \mathcal{P}_3 dans lui même. Sa matrice dans la base $\{\xi^3, \xi^2\bar{\xi}, \xi\bar{\xi}^2, \bar{\xi}^3\}$ est :

$$L = \begin{pmatrix} -2(a-ib) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2(a-ib) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2a+4ib \end{pmatrix}.$$

Et l'on voit que le terme $\xi^2\bar{\xi}$, qui est un vecteur propre de \mathcal{L} est quasiment dans le noyau car a est petit. Les autres termes d'ordre 3 pourront être annulés par le changement de variables, mais pas celui-ci car on doit rester dans un voisinage de l'origine.

Expression du terme résonant Retour

Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires

L'équation initiale, après les trois changements de variables précédents, prend la forme (attention on est sur \mathbb{C} !) :

$$\dot{\xi} = \lambda \xi + h \xi^2 \bar{\xi} + O_4(|\xi|^4).$$

En posant $\xi = r e^{i\varphi}$ et $h = h_r + i h_i$:

$$\dot{r} = ar + h_r r^3 \text{ et } \dot{\varphi} = b + h_i r^2.$$

Un calcul permet de résoudre ces équations en négligeant les termes d'ordre 4 : Calcul

$$\bullet \text{ Si } h_r < 0 : \begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} r = r_{lim} = \sqrt{\frac{a}{-h_r}} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\varphi} = b + h_i r_{lim}^2 \end{cases} \bullet \text{ si } h_r \geq 0 : \lim_{t \rightarrow \infty} r(t) = \infty,$$

$$r(t) = \frac{ar_0 e^{at/2}}{\sqrt{a + h_r r_0^2 (1 - e^{at})}}, \quad \varphi = \varphi_0 + bt - \frac{ah_i}{h_r} \text{Log}\left(1 + \frac{h_r r_0^2}{a} (1 - e^{at})\right).$$

$\dot{\varphi}_{lim}$ est la vitesse de phase du cycle limite et r_{lim} son rayon.

Stall flutter
Tacoma-Narrows
Le vent apparent

Den Hartog
Le pilonnement
Stabilité

Scanlan
La torsion
Le critère

Forme canonique
Les changements de
variables
Terme résonant
Signature

QCM 4

Stall flutter

Tacoma-Narrows

Le vent apparent

Den Hartog

Le pilonnement

Stabilité

Scanlan

La torsion

Le critère

Forme canonique

Les changements de
variables

Terme résonant

Signature

QCM 4

Remarque (Comment utiliser le résultat précédent)

Si il y a cycle limite ($h_r < 0$) il est obtenu de façon asymptotique en temps, sauf si la condition initiale se trouve sur ce cycle. On montre alors que la solution du modèle non linéaire converge vers ce cycle limite à condition que la condition initiale soit dans un voisinage. Dans le cas contraire ($h_r > 0$) il faut continuer la méthode de changements de variables jusqu'à trouver un nouveau terme dit résonant qui puisse stabiliser l'équation.

Remarque (Procédé de calcul)

La complexité calculatoire des changements de variables suggère d'utiliser un logiciel de calcul formel, ce que nous préciserons plus loin dans ce cours. Notons que sur le cas traité il n'y a pas de termes résonant à l'ordre quatre, mais seulement à l'ordre cinq.

Signature du terme résonant [Retour](#)

Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires

Stall flutter
Tacoma-Narrows
Le vent apparent

Den Hartog
Le pilonnement
Stabilité

Scanlan
La torsion
Le critère

Forme canonique
Les changements de
variables
Terme résonant
Signature

QCM 4

La solution trouvée lorsque $h_r < 0$ est de la forme :

$$\xi_{lim}(t) = r_{lim} e^{i\dot{\varphi}_{lim} t}.$$

Si on effectue une transformée de Fourier on trouvera donc une raie pour $\omega_r = \dot{\varphi}_{lim}$. Le troisième changement de variable : $z = \xi + q(\xi, \bar{\xi})$ permet alors de conclure que la transformée de Fourier de z contiendra des raies pour

$$\omega \in \{\omega_r, 3\omega_r\}.$$

Puis de $y = z + p(z, \bar{z})$ on déduit que le spectre de y contient des raies pour

$$\omega \in \{\omega_r, 2\omega_r, 3\omega_r, 4\omega_r, 6\omega_r\}.$$

Une bonne façon pour compter les harmoniques est d'utiliser le diagramme du type Nyquist en temps [Un exemple de visualisation](#)

Le trou fréquentiel observé pour $5\omega_r$ est une caractéristique du terme résonant d'ordre trois. Nous y reviendrons au cours 8.

Plaçons nous dans le cas où :

$$f(x, \dot{x}) = A + B\dot{x} + Cx + Dx^2 + Ex\dot{x} + F\dot{x}^2 + Gx^3 + Hx^2\dot{x} + Ix\dot{x}^2 + J\dot{x}^3 + \dots$$

Le premier changement de variables (linéaire) permet de se ramener à une équation du type ($\frac{a}{2}$ est supposé très petit devant $\sqrt{\omega^2 - C}$) :

$$\dot{y} = \lambda y + g(y, \bar{y}), \text{ avec } \lambda = a + ib = a \pm i\sqrt{(\omega^2 - C)^2 - \frac{a^2}{4}}$$

$$\text{solution de } \lambda^2 - B\lambda + (\omega^2 - C) = 0$$

$$\text{et } y = \frac{1}{2}(x + \frac{i}{b}(ax - \dot{x})) \text{ ou } x = y + \bar{y}, \dot{x} = \lambda y - \bar{\lambda}\bar{y}.$$

Nous appliquons donc l'algorithme à :

$$\dot{y} = \lambda y + g(y, \bar{y}),$$

et nous noterons L_2 (respectivement L_3) la matrice qui intervient dans les deux changements de variables non linéaires restants.

Algorithme proposé pour calculer un cycle limite d'ordre 3 par la méthode des formes normales : [Un article de référence...](#)

$$g(y, \bar{y}) = Dy^2 + Ey\bar{y} + F\bar{y}^2 + Gy^3 + Hy^2\bar{y} + Iy\bar{y}^2 + J\bar{y}^3 + \dots$$

↓
Calcul des coefficients du polynôme p fonction de D, E, F

↓
Calcul des nouveaux termes d'ordre 3

↓
Calcul du coefficient du terme $\xi^2 \bar{\xi}$

↓
Expression du cycle limite en ξ puis en x

Questionnaire d'assimilation [Retour](#)

Cours 4: Introduction aux vibrations non- linéaires

Stall flutter

Tacoma-Narrows

Le vent apparent

Den Hartog

Le pilonnement

Stabilité

Scanlan

La torsion

Le critère

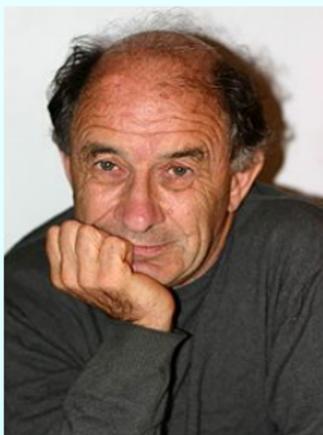
Forme canonique

Les changements de
variables

Terme résonant

Signature

QCM 4



Vladimir Arnold l'un des contributeurs fondamentaux à la théorie des systèmes dynamiques.

Répondez aux questions et vérifiez votre score.



Lancer le qcm

Evitez de regarder les réponses trop vite !